باسمه تعالی

طرح درس جهت ارائه در نیمسال تحصیل دوم ۱۴۰۲-۱۴۰۳

دانشکده	**ریاضی**	**گروه**	**ریاضی کاربردی**
گرایش	**آنالیزعددی**	**مقطع**	**ارشد**
نام درس	حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی	**نوع درس**	**پایه** ☐ **نظری** ✓ **تخصصی** ✓ **عملی** ☐ **اختیاری** ✓ **نظری-عملی**
تعداد واحد	**۳**	**نام استاد**	**سید محمد حسینی**
دروس پیش‌نیاز	**آنالیز عددی پیشرفته**	**تلفن دفترکار**	**۳۴۵۴**
دروس هم‌نیاز		**پست الکترونیک**	**Hossei_m@modares.ac.ir**

✓ **اهداف درس:**

۱. **آشنایی با ساختار کلی روشهای عددی برای حل معادلات دیفرانسیل**
۲. **اجرای بعضی از این روشها به منظور افزایش مهارت همراه با دیدن چالشها**
۳. **آنالیز خطا و پایداری**
۴. **همگرایی روشها**

✓ **رئوس مطالب و برنامه ارائه در کلاس:** (در صورتی که واحد عملی یا نظری-عملی بود، نوع آموزش در توضیحات بیان شود)

شماره جلسه	موضوع جلسه درس	توضیحات
جلسه اول	**مروری بر چند قضیه از جمله وجود و یکتایی جواب و پایداری آن‌ها به شرایط اولیه**	
جلسه دوم	**ارتباط انواع نمایش‌های معادلات دیفرانسیل با مدل‌های واقعی فیزیکی آن‌ها و توجه به تفاوت‌های مسایل مقدار اولیه و مسایل مرزی** **(تمرین هفتگی: استخراج بعضی فرمول‌ها توسط دانشجو الزامی است)**	
جلسه سوم	**کلاس روش‌های تک گامی و خطای گسسته‌سازی موضعی، تعریف مرتبه روش، سازگاری اینگونه روش‌ها و بحث روی ضرورت توجه به این مفاهیم** **(تمرین هفتگی: استخراج بعضی فرمول‌ها و توجه به مفاهیم تدریس شده توسط دانشجو الزامی است)**	

جلسه چهارم	چگونگی ساخت روش‌های تک گامی گوناگون: ۱-استفاده از بسط تیلر ۲- با روش ضرایب نامعین (تمرین هفتگی: استخراج بعضی فرمول‌ها توسط دانشجو الزامی است)	چگونگی ساخت روش‌های تک گامی گوناگون با روش ضرایب نامعین که به عنوان نمونه روش‌های هیون و اویلر پیراسته یا رونگه کوتاها می‌توانند حاصل شوند. (البته برای استخراج روش های رونگه- کوتا روش استاندارد استفاده از درختان ریشه است که بعدا در صورت داشتن زمان کافی گفته خواهد شد).
جلسه پنجم	۱- همگرایی روش‌های تگ گامی، ۲- بسط مجانبی برای خطای گسسته‌سازی سراسری	تشریح معنی همگرایی و فراهم‌سازی مقدمات لازم و سپس اثبات همگرایی روش‌های تگ گامی، بسط مجانبی برای خطای گسسته سازی سراسری
جلسه ششم	۱- برآورد خطاهای گرد کردن در اجرای این روش‌ها و بررسی اثر متقابل استفاده از طول گام بیش از حد کوچک و طول گام نه خیلی کوچک با تحلیل روی مثال‌های واقعی که برای دانشجو ملموس گردد. ۲- روش‌های کنترل طول گام: با مقایسه مقدار تقریبی جواب بازای دو طول گام متفاوت، یامقایسه جواب حاصل از روش عددی مورد استفاده با دو مرتبه p و p+1 (روش‌های رونگه کوتای فلبرگ یا embedded methods) (تمرین هفتگی: استخراج بعضی فرمول‌ها همراه با اجرای برنامه‌نویسی توسط خود دانشجو به هر زبانی که مایل باشند الزامی است)	بررسی و برآورد خطاهای گرد کردن در اجرای این روش‌ها و بررسی اثر متقابل استفاده از طول گام بیش از حد کوچک و طول گام نه خیلی کوچک با تحلیل روی مثال‌های واقعی که برای دانشجو ملموس گردد.

جلسه هفتم	روش‌های چندگامی خطی (تمرین هفتگی: استخراج بعضی فرمول‌ها همراه با اجرای برنامه‌نویسی توسط خود دانشجو)	۱-نگاه اجمالی به این روش‌ها ۲-چگونگی ساخت روش‌های چند گامی متساوی الفاصله از قبیل روش‌های آدامز بشفورث (پیشگو) و آدامز مولتون (اصلاحگر)
جلسه هشتم	روش‌های چند گامی کلی (اجرای برنامه‌نویسی هفتگی متناسب با موضوع توسط خود دانشجو)	۱-تعریف و ضرورت سازگاری، تعریف مرتبه وخطای گسسته سازی سراسری ۲- تعریف همگرایی و دیدن نمونه‌هایی از روش‌های چندگامی واگرا و توجه به ضروریات همگرایی
جلسه نهم	همگرایی روش‌های چندگامی (تمرین هفتگی: استخراج بعضی فرمول‌ها همراه با اجرای برنامه‌نویسی توسط خود دانشجو)	آماده‌سازی با تعریف پایداری جواب معادلات تفاضلی، همراه با ارایه و اثبات چندین قضیه مهم، سپس اثبات قضیه همگرایی روش‌های چندگامی کلی تحت شرایط مناسب

جلسه دهم	تاکید مطالب بالا روی روش‌های چندگامی خطی (تمرین هفتگی: مرتبط با موضوع)	تطبیق الزامات همگرایی روش‌های چندگامی کلی روی روش‌های چندگامی خطی و اثبات قضیه بسیار مهم: روش چندگامی خطی همگراست اگر و فقط اگر پایدار و صفر-پایدار باشد.
جلسه یازدهم	قضیه دالکویست، بسط مجانبی، برونیابی (تمرین هفتگی: مرتبط با موضوع همراه با برنامه‌نویسی)	تشریح قضیه دالکویست در مورد بالاترین مرتبه ممکن یک روش چندگامی خطی صفر-پایدار، قضیه Gragg در مورد بسط مجانبی و کاربرد در برونیابی
جلسه دوازدهم	بکارگیری عملی روش‌های چندگامی (تمرین هفتگی: مرتبط با موضوع همراه با برنامه‌نویسی)	مشکلات عملی بکارگیری روش‌های چندگامی تجزیه و تحلیل می‌شود، روش‌های چندگامی با گام‌های متفاوت و برآورد گام مناسب ارائه می‌شود.
جلسه سیزدهم	معادلات دیفرانسیل سخت Stiff (تمرین هفتگی: مرتبط با موضوع همراه با برنامه‌نویسی)	معادلات و یا دستگاه معادلات دیفرانسیل سخت تبیین می‌شود، مشکلات روش‌های عددی در حل موفق آن‌ها نسبت به میزان سختی آن‌ها نشان داده می‌شود، ضرورت توجه به مفهوم پایداری ضعیف روش‌ها و مطالب مرتبط تشریح می شود.
جلسه چهاردهم	A-پایداری و پایداری نسبی (تمرین هفتگی: تعیین نواحی پایداری همراه با برنامه‌نویسی)	پایداری مطلق و پایداری نسبی روش‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد و چگونگی تعیین نواحی پایداری مطلق و نسبی آموخته می‌شود. همین

		مفاهیم با اندک تغییر در روش‌های چند گامی و روش‌های رونگه-کوتا استفاده می‌شوند. نمایش نواحی پایداری روش‌های آدامز-بشفورث و آدامز-مولتون و تفاوت آن‌ها با نواحی پایداری رونگه-کوتاها
جلسه پانزدهم	روش‌های رونگه-کوتا صریح	جدول ضرایب بوچر، چگونگی ساخت روش، مرتبه و پایداری، آنالیز همگرایی
جلسه شانزدهم	روش‌های رونگه-کوتا ضمنی	جدول ضرایب بوچر، چکونگی ساخت روش، مرتبه و پایداری

- ✓ **روش ارزشیابی:** تمرین و برنامه نویسی در طول ترم،
- ✓ امتحان میان ترم،
- ✓ امتحان پایان ترم.

منابع :

Bulirsch & Stoer , Int. Numerical Analysis, 3rd Edition. Springer

D.J. Lambert, Numer. Methods for ODEs, Wiley, 1991

D.F. Griffith & D.J. Higham, Numer. Methods for ODEs, Springer, 2010